

レポート問題

8月中旬をめどに提出してください。質問は随時受け付けます。 要途中経過

本資料はホームページ <http://yokoemon.web.fc2.com> でもご覧になれます。

問題 解答はレポート用紙などに書いて提出のこと(形式自由)

1. 関数 $f(x) = x^2 - 4x + 3 + 2\log x$ ($x > 0$) に対し, $f'(x) = 0$ となる x の値を a とする. 以下の誘導に従い, $f(x)$ が $x = a$ の近くで 0 に非常に近くなることを示して対数の値を近似計算しよう.
 - (a) a の値を求めよ.
 - (b) $x > a$ のとき $f(x) > 0$ を示せ.
 - (c) $g(x) = \frac{2}{3}(x - a)^3$ とする. $x > 0, x \neq a$ のとき $f(x) < g(x)$ を示せ.
 - (d) $\log(a + 0.1)$ の数値を小数第 3 位まで近似計算して求めよ.
2. 定数 $b > 0$ に対して $f(x) = xe^{bx}$ とおく. 関数 $y = f(x)$ とそのグラフについて, 以下の問いに答えよ.
 - (a) 関数 $y = f(x)$ の極値, グラフの変曲点, および極限值 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ を求めよ. また $b = 2$ のときのグラフの概形をかけ.
 - (b) $f'(x), f''(x), f'''(x)$ を計算して一般の n について第 n 次導関数 $f^{(n)}(x)$ の形を推測し, それを数学的帰納法によって証明せよ.
 - (c) $f^{(n)}(x) = 0$ となる x の値を c_n とおき, x 軸, $y = f(x)$ のグラフ, および直線 $x = c_n$ によって囲まれる領域の面積を S_n とする. S_n および極限值 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ を求めよ.