課題についての補足資料 2　2008 年 5 月 15 日提出分

TA：横山俊一（九州大学大学院数理学府修士課程 1 年）

注意

本日返却の宿題について、ちょっと面白い現象が起きています。

- 宿題の提出者：54 名
- **問題 2 の解答が「$N > a$ である自然数 N に対して $n \geq N$ ならば」で始まっている方：41 名**

微積分の問題の解き方はある程度パターンが存在しますので、多少解答が「かぶる」ことはあるとは思いますが、これは「かぶりすぎ」です。多数の方が**教科書の略解を写した**と思われます（そうでないという方、大変申し訳ございません）。このくだりは「$\varepsilon - N$ 論法」の一部になっているのですが、**その割には問題 1 の出来があまりよくありません。**
もちろん「略解を見るな」と言っているわけではありません。どうしても分からない場合、本を参考にして勉強するのはとても素晴らしいことです。ですが、書いてあることを**自分のことばで書きなおす**訓練をして下さい。また、教科書の答えはあくまでも「略解」ですから、日本語で行間を埋める・計算の途中経過をきちんと書くということをしないとだめです。
次回以降、教科書の略解からそのまま引き写してきただけと思われる解答には **点を与えません。** ご注意下さい。

コメント

- 前回の授業で出欠の紙を回していなかったという報告を頂きました。この為、15 日に宿題を提出された方（本日返却の宿題です）をこの日の出席者とさせて頂きます。出席扱いの方は以下の通りです：

  1DS08041T〜1DS08083K,　1DS08085M〜1DS08088S
  1NC08001Y,　1NC08015T
  1DS07029T,　1DS07152W,　1DS07065S,　1DS07070M

  ところで**無記名の答案が 1 部**ありました。一応採点はしておりますが「提出扱い」にはなっておりません。おそらく上の提出状況から学生番号「1DS08084*」の方ではないかと思われます。お心当たりの方は高山先生までお申し出下さい。

- 答案を採点していると「字が小さすぎて読めない」「字がくにゃくにゃしている・薄い」「どう読んでよいのか順番が分からない」答案が散見されます。

  試しに、**友達の答案を借りて読んでみて** ください。友達が何を言いたいのか、示したいのかが答案からすんなり読み取れるでしょうか？誰にでも「読みやすい」答案を作るのは決してやさしいことではありません。しかし自分の練習次第で、字などが「きれいな」答案を作るのは難しくとも「読みやすい」答案を作ることは十分可能です。これから少し心掛けてみてくださいね。

内容について

皆様の答案に必要に応じてコメントを付けていますので、参考にして下さい。

全般的なこと　N と $\mathbb{N}$ を混同されている方が 2,3 名いらっしゃいます。$\mathbb{N}$ は通例「自然数全体の**集合**」を表すのに対し、N は自然数の 1 つ**（要素）**を表します。つまり「$N \in \mathbb{N}$」という関係にあります。したがって自然数を表す時に $\mathbb{N}$ という文字は使えません。気をつけて下さいね。

問題 [1]　解答は例えば（以下 $\mathbb{N}$ は自然数の集合を表す）

$$^{\forall}\varepsilon > 0, \quad ^{\exists}N \in \mathbb{N} \quad \text{s.t.} \quad n \geq N \quad \Longrightarrow \quad |a_n - a| < \varepsilon$$

という風に書けます。日本語で書くと「任意の $\varepsilon > 0$ に対し、ある自然数 N が存在し、$n \geq N$ をみたす全ての n に対して $|a_n - a| < \varepsilon$ がなりたつ」という感じになるでしょう。

そもそも $\varepsilon - N$ 論法を**「何のために使うのか？」**という質問を数名の方から頂きました。この場合は、大雑把に言えば「数列が収束する、ということをきちんと定義したらこうなった」と思って下さい。要は「隙の無い定義をするための道具、ことば」ということです。例えばおなじみ「テレビ」の定義を広辞苑で調べてみますと、

> 「テレビジョン (television)」画像を電気信号に変換し、電波・ケーブルなどで送り、画像に再生する放送・通信の方式。または画像を再生する装置、受像機、受信機。

と面倒臭い言葉が並びます。同じように「数列が収束する」ことをきちんと説明するために少々面倒な論理記号を並べて記述しているのだ、と思って頂ければよいです。

そんな面倒なことは言わずに「極限値に近付いていく」でいいじゃないか、と思うかもしれません。感覚としては良いですが、少し困ってしまうケースもあります。
ひとつ例を挙げましょう。$a_n = (-1)^n + 1/n$ で定まる数列を考えた時、$\lim_{n\to\infty} a_n$ はどうなるでしょうか。ここで n が偶数のときだけ見ていくとすれば、n を大きくすると 1 に収束していきます。つまり見方によっては「1 に近付いていく」と見えなくもないです。ところが実際、この数列は 1 と -1 の 2 つの集積点を持つため「振動」しています（収束ではありません）。このことをきちんと（かつシンプルに）説明する為にはやはり $\varepsilon - N$ 論法を使う必要があるのです。

問題 [2]　評価の仕方は大体良く出来ていました。細かい記号や日本語の書き方などの間違いには訂正・コメントを入れておりますので各自ご確認下さい。きちんと出来るようになって欲しいので、採点は問題 1,3 に比べて少し厳しめです。

問題 [3]　余裕のある人向けの問題ということで任意解答だったのですが、頑張って解いて下さった方が多かったようです。但し、途中経過がほとんど無い解答については答えが合っていても〇にはしておりません。誰が読んでも理解できる答案作りを心掛けて下さいね。
それから数名の方には〇をつけた上でコメントを載せています。$x = -1/n$ とおいて解かれた方、もちろん正解なのですが、ここでは x は**負の方向から**0 に近付いていることに注意して下さい。問題によっては正の方向から近付けるか負の方向から近付けるかによって結果が変わることがあります。普段から変数をとりかえる場合は気をつけておくと良いでしょう。

おまけ

大学の講義は高校の授業ととても違うのでどうやってテスト勉強したら良いのか？という質問がありました。皆さん興味があると思いますのでちょこっと書いておきます。

- まず、授業で出てきた定義・定理のステートメント（どういう定義・定理だったか、主張は何か）は覚えておきましょう。定理の詳細な証明は覚えなくても構いません。但し**使えなければ意味がありません。**

  定理を自由自在に使いこなせるようになる為には**問題演習**が不可欠です。教科書やノートを眺めるだけではなく、実際に手を動かしてみましょう。教科書には結構な量の練習問題が載っていますし、しかも略解が付いているので答え合わせも出来ます。「ひらめき」や「計算テクニック」は数をこなさなければついてきません。ひとふんばりしましょう。

- 大学の講義は高校の授業とは異なり、時間の制約などにより一方通行になってしまいます。そこで分からないことや疑問は積極的に先生に質問しましょう。分からないことはそのまま放ったらかしにしてはいけません。また、宿題の下の自由記述欄に質問を書いて頂ければ TA が回答致します。ご活用下さい。

  毎回提出して頂いている宿題には重要な問題、基本的な問題が載っています。自分の解答についているコメントを見ながら、必ず復習をお願いします。

こう書いてみると、高校の時とさほど変わらないですね。大学のスタイルには多分**すぐなれます。**なれるまではマイペースで自分の学習スタイルを見つけていきましょう。くれぐれも無理のないようにお願いします。

それでは、次回も頑張ってください☆