

課題についての補足資料5+ 補足資料5の訂正

TA: 横山俊一(九州大学大学院数理学府修士課程1年)

おわびと訂正

先週配布した補足資料5についてですが、2点間違っている箇所がありました。もしかすると混乱を招いてしまったかもしれません。おわびすると共にここで訂正しておきます。

- 問題[2]の(2)の解説文: $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ の微分可能性について

- (誤) (2) は微分可能ではありますが、 $x = 0$ で不連続であることに注意 …
- (正) (2) は微分可能ではありますが、 $f'(x)$ は $x = 0$ で不連続であることに注意 …

申し訳ありません、私のタイプミスです。大事な部分が抜けていました。この文脈だと $f(x)$ が不連続であるという風に見てしまいますが、もちろん $f(x)$ は連続ですよ！

- 問題[3]の(2)の答え: $\arccos\left(\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}\right)$ の導関数

- (誤) $-\frac{2\sqrt{2n}x^{2n-1}}{(x^{2n}+1)\sqrt{x^{2n}+1}}$ (正) $-\frac{2nx^{2n-1}}{|x^n|(x^{2n}+1)}$

某問題集からの出題です。皆さんに資料を配布した日の夜に見つけたのですが、何と問題集の解説が間違っていました。出版物だからといって、過信するのはよくありませんね …。

ちなみにこの問題は、 $(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ を使って、合成関数の微分を用いて計算します。そうすると(中略)結果的に

$$-\frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{x^{2n}-1}{x^{2n}+1}\right)^2}} \cdot \frac{4nx^{2n-1}}{(x^{2n}+1)^2}$$

を整理すれば求まります。このときに $\sqrt{4x^{2n}}$ という項が分母に出現するのですが、これを $2x^n$ としてしまってはダメです。ちなみにここだけ間違えて他はきちんと計算できた方が数名いらっしゃいましたが、この方々には をさしあげております。ここでは x についての条件が与えられていませんので、 $x < 0$ で n が奇数であれば $x^n < 0$ となってしまいます。このため $\sqrt{4x^{2n}} = 2|x^n|$ とし、絶対値はつけたままでないと正しくならないのです。

絶対値が消えずきれいな答えにならないということで、これは問題集の作問もあまりよくありませんでした。

以上ご注意ください。重ねておわび申し上げます。

横山