Q.7-5　もっと簡単に考えられますね：　（flatness + split は難しく考えすぎました…）

$$\mathrm{Supp}(M) = \{ p \subset R \mid M_p \neq 0 \}$$

$0 \longrightarrow M' \longrightarrow M \longrightarrow M'' \longrightarrow 0$ ：exact ゆえ．

Q7.2 から

$$\begin{array}{ccccccccc} 0 \longrightarrow & M' \otimes S^{-1}R & \longrightarrow & M \otimes S^{-1}R & \longrightarrow & M'' \otimes S^{-1}R & \longrightarrow 0 & & \text{: exact} \\ & \wr\wr & & \wr\wr & & \wr\wr & & & \\ \therefore\ 0 \longrightarrow & M'_p & \longrightarrow & M_p & \longrightarrow & M''_p & \longrightarrow 0 & & \end{array}$$

示すべき式：　$\mathrm{Supp}(M) = \mathrm{Supp}(M') \cup \mathrm{Supp}(M'')$

これらは R の部分集合．両辺の補集合をとると．

$$\mathrm{Supp}(M)^c = (\mathrm{Supp}(M'))^c \cap (\mathrm{Supp}(M''))^c \quad (*)$$

これを示すとカンタン！

$\subset$ 側）　${}^\forall p \in \mathrm{Supp}(M)^c$ をとる．これは $M_p = 0$ をみたす

$0 \longrightarrow M'_p \longrightarrow \underset{\underset{0}{\parallel}}{M_p} \longrightarrow M''_p \longrightarrow 0$ ：exact ゆえ．

$M'_p = 0$，$M''_p = 0$ とならなければならないので．

$$p \in (\mathrm{Supp}(M'))^c \cap (\mathrm{Supp}(M''))^c .$$

$\supset$ 側）　${}^\forall p \in (\mathrm{Supp}(M'))^c \cap (\mathrm{Supp}(M''))^c$ をとると．

$M'_p = M''_p = 0$．　$0 \longrightarrow \underset{\underset{0}{\parallel}}{M'_p} \longrightarrow M_p \longrightarrow \underset{\underset{0}{\parallel}}{M''_p} \longrightarrow 0$ ：exact

ゆえ．$M_p = 0$　$\therefore\ p \in (\mathrm{Supp}(M))^c$

$\therefore$ (*) が示せたので．　$\mathrm{Supp}(M) = \mathrm{Supp}(M') \cup \mathrm{Supp}(M'')$　//