小テスト解説資料 2　10 月 6 日（火）実施分

担当 TA： 横山 俊一（九州大学大学院数理学府：修士 2 年）

答案は次回の講義で返却してもらう予定です。資料の不備等ございましたら横山までご一報ください。

問題と解答例　10 点満点　※ 全問共通で計算ミス[1]は 1 点／記号ミスは 2 点の部分点

- 行列 $A, B, C, \mathbf{x}$ を

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix},$$

とするとき、次を計算せよ。

1. AC （3 点）

$$AC = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3+10 & 6+2 & 0+8 \\ -1+0 & 2+0 & 0+0 \\ -2+5 & 4+1 & 0+4 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 7 & 8 & 8 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}}$$

2. $(3C)A - C(2B)$ （4 点）

$$\begin{aligned} (3C)A - C(2B) &= C(3A-2B) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 9 & 6 \\ 3 & 0 \\ 6 & 3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 12 & -6 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 & 4 \\ -9 & 6 \\ 6 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7-18 & -4+12 \\ 35-9+24 & 20+6-4 \end{bmatrix} \\ &= \underline{\begin{bmatrix} -25 & 8 \\ 50 & 22 \end{bmatrix}} \end{aligned}$$

3. $B\mathbf{x}$ （3 点）

$$B\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 6 & -3 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1+2 \\ 6-6 \\ 0+4 \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 4 \end{bmatrix}}$$

[1] 1,2 ヶ所の惜しいミスの場合のみ。極端に答えが違っている場合は点を与えていません。

コメント

- 今回は少し部分点を厳しくしてみました。これから皆さんは行列に関するいろいろな事を勉強すると思いますが、基本中の基本は**「正確に計算ができること」**です。せっかく理論をたくさん習得しても、自分の手で正しい答えが導けないと役に立ちません。今回はそのための練習だと思ってください。

- 行列の積がどんな型の行列なのかは、計算しなくても分かります。例えば 1. では A が 3×2 型、C が 2×3 型ですから、AC は 3×3 型の行列になるはずです。ですから、計算してみて 2×2 型の行列が出て来たりしたら「あれ？おかしいぞ？」と気付かなくてはいけません。ちなみに CA であれば 2×2 型になりますね。

  さて、行列のかけ算はその名の通り、前の行列の行と後ろの行列の列とを突き合わせて計算します。逆に覚えてしまうと上のような間違いをしてしまいがちです。注意しておきましょう。例えば 1. の $(2, 3)$ 成分は A の 2 行と C の 3 列を使って

$$AC = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 5 & 1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3+10 & 6+2 & 0+8 \\ -1+0 & 2+0 & 0+0 \\ -2+5 & 4+1 & 0+4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 8 & 8 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 4 \end{bmatrix}$$

  と計算されています。

- 2. は展開して $3CA - 2CB$ を直接計算しても良いですが、この場合は C でくくって整理すると少しだけ計算がラクになります[2]。

  但し、ここで十分注意してほしいのは**かけ算の順序を入れ替えないこと[3]。絶対に** $(3C)A - C(2B) = 3AC - 2BC$ **などと勝手に文字を整理してはいけません。**気をつけてくださいね。

それでは、次回もがんばってください！

[2] $3CA - 2CB$ では行列の積を 2 つ計算するのに対し、$C(3A - 2B)$ ならば 1 つで済みます。
[3] 行列では一般にかけ算の交換法則 $AB = BA$ が成り立ちません。もちろん、特別な場合には成り立つこともあります。