

小テスト解説資料3 10月20日(火)実施分

担当 TA: 横山 俊一(九州大学大学院数理学府:修士2年)

答えは次回の講義で返却してもらう予定です。資料の不備等ございましたら横山までご一報ください。

問題と解答例 10点満点

1. 次の連立方程式を行列を用いて表せ(2点)。また連立1次方程式の係数行列、拡大係数行列を求めよ(各2点)。

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$$

• 連立1次方程式を行列を用いて表すと
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix}$$

• 係数行列は
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

• 拡大係数行列は
$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & | & 8 \\ 1 & 2 & | & 5 \end{bmatrix}$$

2. 問1の $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ を求めて(2点:説明無しで答えのみは1点減点)、 $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ の1次結合で表せ(2点)。

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 & \cdots (1) \\ x + 2y = 5 & \cdots (2) \end{cases}$$

とおく。(2) \times 2-(1)より $y = 2$ 、(2)にこれを代入して $x = 1$ 、よって
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

これを $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ と $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ の1次結合で表せば

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

なお、一般には問1で求めた拡大係数行列を基本変形して求めることが多い。

コメント

- 今回は計算ミスが非常に少なく、良かったと思います。一つひとつ新しい言葉が増えてきていますが、着実に習得していきたいものですね。
- $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ の説明（もしくは計算の跡）が無い答えは1点減点しています。確かにこの場合は簡単で、暗算でも答えが分かってしまいます。ですが、一般には「ちょっと見ただけでは分からない」問題ばかりで、それを解くために行列を使っていくのです。今後のためでもありますから、少し見直しておいてくださいね。
- このような問題を解く際には、ふつうここで紹介したような解き方はせず、拡大係数行列の基本変形を使って解きます（何人かの学生さんはこちらで解いてくれました）。テキスト p.21 などにも分かりやすい例が載っていますので、こちらでもちゃんとした答えが出るかどうか、チェックしてみてください。

それでは、次回もがんばってください！