

小テスト解説資料4 10月27日(火)実施分

担当 TA: 横山 俊一(九州大学大学院数理学府:修士2年)

答えは次回の講義で返却してもらう予定です。資料の不備等ございましたら横山までご一報ください。

前回の補足

- 問2: $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ を、問1で求めた拡大係数行列を基本変形して求めよう。

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 5 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 2 & 3 & 8 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -1 & -2 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

- (1) \rightarrow (2): 1行目と2行目の入れ替え
- (2) \rightarrow (3): 2行目 - 1行目 $\times 2$
- (3) \rightarrow (4): 2行目 $\times (-1)$
- (4) \rightarrow (5): 1行目 - 2行目 $\times 2$

最後の行列の第3列が答えとなる。つまり $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

問題と解答例

10点満点

1. 次の連立1次方程式を掃き出し法で解きなさい(各2点)。

$$(1) \begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - y + 2z = 5 \\ y - z = -1 \end{cases}$$

(1)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x + 5y = 12 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \\ \rightarrow & \begin{cases} 9y = 18 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \quad (1 \text{ 行目} - 2 \text{ 行目} \times 2) \\ \rightarrow & \begin{cases} y = 2 \\ x - 2y = -3 \end{cases} \quad (1 \text{ 行目} \times \frac{1}{9}) \\ \rightarrow & \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases} \quad (2 \text{ 行目} + 1 \text{ 行目} \times 2) \end{aligned}$$

$\therefore x = 1, y = 2.$

(2)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3x + y = 5 \\ x - y + 2z = 5 \\ y - z = -1 \end{cases} \\ \rightarrow & \begin{cases} 4y - 6z = -10 \\ x - y + 2z = 5 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad (1 \text{ 行目} - 2 \text{ 行目} \times 3) \\ \rightarrow & \begin{cases} -2z = -6 \\ x - y + 2z = 5 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad (1 \text{ 行目} - 3 \text{ 行目} \times 4) \\ \rightarrow & \begin{cases} z = 3 \\ x - y + 2z = 5 \\ y - z = -1 \end{cases} \quad (1 \text{ 行目} \times \left(-\frac{1}{2}\right)) \\ \rightarrow & \begin{cases} z = 3 \\ x - y + 2z = 5 \\ y = 2 \end{cases} \quad (3 \text{ 行目} + 1 \text{ 行目}) \\ \rightarrow & \begin{cases} z = 3 \\ x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad (2 \text{ 行目} - 1 \text{ 行目} \times 2, 2 \text{ 行目} + 1 \text{ 行目}) \end{aligned}$$

$$\therefore x = 1, y = 2, z = 3.$$

2. 次の連立 1 次方程式を拡大係数行列の基本変形を用いて解きなさい (各 3 点)。

$$(1) \quad \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ -3 \end{bmatrix} \quad (2) \quad \begin{bmatrix} -4 & 2 & 0 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \\ 6 \end{bmatrix}$$

(1)

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cc|c} 4 & 1 & 9 \\ -1 & -1 & -3 \end{array} \right] \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 4 & 1 & 9 \end{array} \right] \quad (1 \text{ 行目と} 2 \text{ 行目の入れかえ, } 1 \text{ 行目} \times (-1)) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -3 \end{array} \right] \quad (2 \text{ 行目} - 1 \text{ 行目} \times 4) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \quad (2 \text{ 行目} \times \left(-\frac{1}{3}\right)) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{array} \right] \quad (1 \text{ 行目} - 2 \text{ 行目}) \end{aligned}$$

$$\therefore x = 2, y = 1.$$

(2)

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|c} -4 & 2 & 0 & -8 \\ -1 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & 0 & 3 & 6 \end{array} \right] \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 6 \\ -1 & -1 & 2 & -3 \\ -4 & 2 & 0 & 8 \end{array} \right] & \text{(1行目と3行目の入れかえ)} \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & -1 & 5 & 3 \\ 0 & 2 & 12 & 16 \end{array} \right] & \text{(2行目+1行目, 3行目+1行目} \times 4) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -3 \\ 0 & 2 & 12 & 16 \end{array} \right] & \text{(2行目} \times (-1)) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 22 & 22 \end{array} \right] & \text{(3行目-2行目} \times 2) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 6 \\ 0 & 1 & -5 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] & \text{(3行目} \times \frac{1}{22}) \\ \rightarrow & \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array} \right] & \text{(1行目-3行目} \times 3, 2行目+3行目 \times 5) \end{aligned}$$

$$\therefore \underline{x=3, y=2, z=1.}$$

コメント

- 多少の計算ミスはありましたが、皆さんよく出来ていました。問題1については
 - 連立1次方程式の基本変形(直接解く)
 - 拡大係数行列の基本変形

のどちらで解いてもOKですが、「上の2つは実は同じことをやっている」ということに気付いてほしいですね。

それでは、次回もがんばってください!