

小テスト解説資料7 11月24日(火)実施分

担当 TA: 横山 俊一(九州大学大学院数理学府:修士2年)

答案は次回の講義で返却してもらう予定です。資料の不備等ございましたら横山までご一報ください。

問題と解答例

10点満点

1. 次の行列の逆行列を求めよ(10点)。

$$\begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 \\ 3 & 3 & 8 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

- 上の行列を A とおく。拡大係数行列 $[A|E]$ を簡約化(基本変形)することによって $[E|A^{-1}]$ が得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 2 & 5 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 8 & | & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \\ 3 & 3 & 8 & | & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & | & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1 \text{ 行目と } 3 \text{ 行目の入れかえ}) \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3 & 5 & | & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 1 & -2 & | & 1 & 0 & -2 \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 行目} - 3 \times 1 \text{ 行目}, 3 \text{ 行目} - 2 \times 1 \text{ 行目}) \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & | & 1 & 0 & -2 \\ 0 & -3 & 5 & | & 0 & 1 & -3 \end{bmatrix} \quad (2 \text{ 行目と } 3 \text{ 行目の入れかえ}) \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & | & -2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & | & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & -1 & | & 3 & 1 & -9 \end{bmatrix} \quad (1 \text{ 行目} - 2 \times 2 \text{ 行目}, 3 \text{ 行目} + 3 \times 2 \text{ 行目}) \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 & | & -2 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -2 & | & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 & -1 & 9 \end{bmatrix} \quad (3 \text{ 行目} \times (-1)) \\ \rightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 13 & 5 & -40 \\ 0 & 1 & 0 & | & -5 & -2 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & | & -3 & -1 & 9 \end{bmatrix} \quad (1 \text{ 行目} - 5 \times 3 \text{ 行目}, 2 \text{ 行目} + 2 \times 3 \text{ 行目}) \end{aligned}$$

よって A は正則行列であって $A^{-1} = \begin{bmatrix} 13 & 5 & -40 \\ -5 & -2 & 16 \\ -3 & -1 & 9 \end{bmatrix}$.

コメント

- 皆さん大変良く出来ていました。計算ミスをしてしまった方はやり直しをお願いしますね。今回は最高2点減点(計算ミスの程度による)とし、8点はおまけで提出点にしています。

それでは、次回もがんばってください!