

小テスト解説資料 10 12月15日(火)実施分

担当 TA: 横山 俊一(九州大学大学院数理学府:修士2年)

答えは来年初回の講義で返却してもらう予定です。資料の不備等ございましたら横山までご一報ください。

お知らせ

- 遅くなりましたが、第10回小テストの解説・コメントを公開しました。
解説資料9(12/8実施分)も合わせてご参照ください。

問題と解答例 10点満点

- 次の行列の余因子行列と逆行列を求めよ(各5点)。

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & -1 & 8 \end{bmatrix}$$

小テスト7の補足資料(11/27公開分)に同様の解説があるので、そちらも参照願います。

上の行列を A とおく。

$$\det(A) = -4 + 24 + 9 - 16 - 18 + 3 = -2$$

とテキスト定理 3.4.2 を使う。まず余因子行列の各成分は定義通り計算すると

- $a_{11}^* = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} = 27$
- $a_{12}^* = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 8 \end{vmatrix} = -10$
- $a_{13}^* = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} = -3$
- $a_{21}^* = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = -7$
- $a_{22}^* = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 8 \end{vmatrix} = 2$
- $a_{23}^* = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1$
- $a_{31}^* = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -11$

$$\bullet a_{32}^* = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 4$$

$$\bullet a_{33}^* = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1$$

であるから、 A の余因子行列を \tilde{A} と書けば

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 27 & -10 & -3 \\ -7 & 2 & 1 \\ -11 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

となる。これを用いると A の逆行列は

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \tilde{A} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 27 & -10 & -3 \\ -7 & 2 & 1 \\ -11 & 4 & 1 \end{bmatrix}$$

と求められる。

コメント

- 余因子行列の各成分の計算式もきちんと書いておきましょう¹。2×2行列の行列式なので暗算で計算できるのかもしれませんが、うっかり成分を選び損ねて計算ミスの原因になります。
- 途中の計算式が全くない答案が数名。答えだけ写したと見做されても仕方ないので0点にしました。定期試験ではこのようなことが無いように願います。
- 2009年の小テストはこれが最後です。皆様、良いお年をお迎えください!!

それでは、次回もがんばってください!

¹テキストでは煩雑さを避けるため「他の成分も同様にして…」といったくだりがありますが、答案でこのような書き方をするのはあまり好ましくありません。計算出来るのであればしっかり採点者に見せましょう。