

## MMA Advanced Lecture I     Handout 5

Teaching Assistant : Shun'ichi Yokoyama ( Doctor's 1st )  
Global COE Program TRA(Talented Research Assistant)

This handout is available from my webpage:

<http://yokoemon.web.fc2.com/education.html>

# Now planning to move.

### Announcement

- **HOMEWORK SUBMISSION** Due Date is July 1st (or 2nd). Please note.
- Slides of Lecture I ~ VI and Practice Test I ~ III are uploaded, so please download if you want.

**Some examples with Mathematica** please check yourself.

- Compute a Gröbner basis of the ideal

$$k[x, y] \supset I = \langle x^2, x^3 + y \rangle$$

w.r.t.  $\text{lex}(x, y)$ .

- First, Compute  $S$ -polynomial

$$S(x^2, x^3 + y) = x^3 - (x^3 + y) = -y$$

$-y$  cannot be reduced. So we put  $G = \{x^2, x^3 + y, -y\}$ .

- Next, Compute  $S$ -polynomials

$$S(x^2, -y) = x^2y - x^2y = 0$$

and

$$S(x^3 + y, -y) = y(x^3 + y) - x^3y = y^2 \rightarrow_{-y} 0$$

So we can conclude that  $G$  is a Gröbner basis.

- Because  $\text{LM}(x^2)$  divides  $\text{LM}(x^3 + y)$ ,  $\{x^2, -y\}$  is a minimal Gröbner basis and  $\{x^2, y\}$  is a reduced Gröbner basis.
- Mathematica computes a reduced one.

```
(In[1]=) GroebnerBasis[{x^2, x^3 + y},{x, y}]  
Out[1]= {y, x^2}
```

Note that the built-in function GroebnerBasis of Mathematica computes implicitly w.r.t.  $\text{lex}(x, y)$ . Monomial order can be changed, please refer Mathematica Documentation.

- Reduce a polynomial  $f$  with respect to a list of polynomials  $p$ .

```
(In[2]=) f = x^3 + y^3; p = {x^2 - y^2 - 1, x + 2 y - 7};
(In[3]=) {q, r} = PolynomialReduce[f, p, {x, y}]
Out[3]= {{x, 1 + y^2}, 7 - 2 y + 7 y^2 - y^3}
```

- Resultants:

```
(In[4]=) Resultant[x^2 - 2 x + 7, x^3 - x + 5, x]
Out[4]= 265
(In[5]=) Resultant[x^2 - 2 x + 7, x^3 - x + 5, x, Modulus -> 3]
Out[5]= 1
(In[6]=) Resultant[a x^2 + b x + c, (a - b) x^3 + (a - c) x^2 + (b - c) x + 9, x]
Out[6]= 81 a^3 - 9 a b^3 + 9 b^4 - 18 a^3 c + 36 a^2 b c - 36 a b^2 c + a b^3 c
- b^4 c + 18 a^2 c^2 + a^3 c^2 - 4 a^2 b c^2 + 3 a b^2 c^2 + b^3 c^2 + 2 a^2 c^3
- 4 a b c^3 + a c^4
```

## Conversation in English

いくつか参考になりそうな文章を抜き出して紹介しておきます<sup>1</sup>. この講義は英語を使う練習の場でもありますので, 積極的に発信してみましょう.

- 外国からの訪問者があるとき, 学生を紹介すると不思議な事が起こる. いきなり握手をされた瞬間に, 何か言葉が口をついて出て来る場合が意外に少ないのである. 毎日英語の論文を読み, 学力だって低くないはずなのに, ここでつまずくと「ウー」と詰まって後の会話が全く成り立たなくなってしまうこともある. さすがに今時

How are you? I'm fine, thank you. And you?

などと言うとは思ってはいないのだけれども, さりとて何と言っているかわからない. これは簡単で, 相手がどんな先生であろうと, 握手しながら相手の目を見て

My name is Shun'ichi Yokoyama.

と名乗り, 続けて

(It's) nice to meet you.

と言えば良い. これで全てである. もし相手に先を越されてしまったら,

Nice to meet you, too.

と最後の too にアクセントを込めて言い返せばよい. もし余りにくだけ過ぎて落ち着かないと思うのであれば,

I'm glad (happy) to meet you.

など, 少し長めの文を言う. これに対応する別れの文句は

(It was (or) It's been) nice meeting with you.

である.

<sup>1</sup>引用元: 宮野健次郎「伝えるための理工系英語」(SGC ライブラリー 29:サイエンス社) 一部内容を変えてあります.

● 数式の英語

- $2 + 2 = 4$  : two plus two is (makes, is equal to) four
- $2 \times 2 = 4$  : two times two is four
- $e/m$  :  $e$  over  $m$
- $f(x)$  :  $f$  of  $x$
- $a^2$  :  $a$  squared
- $a^3$  :  $a$  cubed
- $a^{-1}$  :  $a$  inverse
- $e^{-ikx}$  :  $e$  to the minus  $ikx$
- $a^{10}$  :  $a$  to the tenth,  $a$  to the power of ten
- $a \sim b$  :  $a$  is nearly equal to  $b$
- $a \propto b$  :  $a$  is proportional to  $b$
- $a < b$  :  $a$  is less (smaller) than  $b$
- $a \gg b$  :  $a$  is much more (larger) than  $b$
- $\lim_{x \rightarrow \infty}$  : in the limit of  $x$  going to infinity

● 記号の英語

- ' : prime (日本語では dash と呼ぶが, 英語では普通 dash は長い横棒をさす)
- / : slash (逆向きは back slash)
- † : dagger (文字通り短剣の図案)
- ^ : caret (口語では hat と読まれることが多い)
- ~ : tilde (口語では wiggle)
- \* : asterisk (口語では star)
- $\mathcal{E}$  : calligraphy E (口語では curly E)
- ( ) : parentheses, round brackets
- $\langle \rangle$  : angle brackets
- [ ] : square brackets
- { } : curly brackets, braces
- "pure" : quote pure unquote

● 省略記号の英語

- i.e. : that is (口語ではそのまま「アイ・イー」と読む)
- e.g. : for example (同じく「イー・ジー」)
- et al. : and others (口語では「エタル」とそのまま)
- vs. : versus (これはこの本当の読み方が多い)

- ca. : circa (これもこのままの方が多い), about

- viz. : namely

- 他の外国語をよく知らないので何とも言えないが、英語は外国語の中でも発音が難しい方なのではないだろうか。アメリカに留学したその日、予定していた YMCA にやっとたどりついて荷物を置き、腹ペコでレストランに入った。メニューは読めても内容が分からないので、適当に Italian sandwich と milk を注文した。ところがこの milk が通じない。3,4 度言ってやっと分かってもらったものの、内心英語には自信があった私は絶望的な気持ちになった。後になって milk は「メウク」と言えば通じると分かった。
- 我々の苦手として有名なものに、l と r の区別が出来ないことがある。ボーっとしていると、たった今発音された言葉でさえ正しく復唱出来ない。物心ついた後でいくら英語を勉強しても、そもそも弁別神経回路が存在しないのだから、どうしようもない。私も「彼は物笑いの種だ」というつもりで、He is crown. (本当は clown) と行ってキョトンとされたり、plum だったか prum (こんな言葉はない) だったか分からなくて、スーパーマーケットで店員に聞けなかったりした悲しい経験を持つ。
- アメリカの日曜版の新聞はほとんど本になりそうなほどの厚さがあり、中にコミックばかりが満載のセクションがある。そんなマンガのひとつに成金の日本人が登場するものがあったが、この主人公の乗っている豪勢な車の emblem (ボンネットのてっぺんに付いているシンボルマーク) が L を 2 つ組み合わせたものだった。実は R を 2 つ同じように組み合わせた emblem は実在し、それがかの有名な Rolls-Royce なのである。ここまで笑い物にされてしまうと反撃する気さえ起こらない。